

# СТАЦИОНАРНОЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНОДОВ-ЭКРАНОВ

**В.В.Клоков**

*Казанский государственный университет  
420008, Казань, ул. Кремлевская, 18  
Vladimir.Klokov@ksu.ru*

В данной работе представлен метод расчета анодной границы в стационарном режиме ЭХО заданным катодом-инструментом с использованием дополнительных анодов-экранов. Размещение таких экранов в межэлектродном зазоре применяется в гальваностегии для создания равномерной плотности тока на катоде. При электрохимической размерной обработке характер электромагнитного поля в зазоре является определяющим при формообразовании поверхности анода-детали. Расположение экранов может изменять размеры межэлектродного зазора. В описанном ниже решении задачи стационарного электрохимического формообразования показывается, что расположением только одного экрана, анодно поляризованного и нерастворимого при режиме ЭХО детали, в виде пластины, перемещающейся вместе с катодом-инструментом, можно уменьшить ширину паза при электрохимической резке, выполнить заточку режущего инструмента, осуществлять поверхностный съем металла в пределах заданного допуска.

Исследование проводится в рамках модели идеального стационарного электрохимического формообразования, основные положения которой описаны в работах [1–3].

Ниже при описании схемы межэлектродного зазора все геометрические размеры отнесены к величине  $H$  межэлектродного зазора при стационарном режиме ЭХО катодом-инструментом с плоской рабочей поверхностью и подачей, перпендикулярной этой плоскости

$$H = \varepsilon \eta \kappa \frac{U - \Delta U}{\rho V_k},$$

где  $\varepsilon$  – электрохимический эквивалент,  $\eta$  – выход по току,  $\kappa$  – электропроводность среды в зазоре,  $U$  – напряжение источника питания,  $\Delta U$  – его па-

дение в приэлектродных слоях,  $\rho$  – плотность материала анода,  $V_k$  – величина вектора подачи.

Схема сечения правой симметричной части межэлектродного зазора (МЭЗ) показана на рис. 1. Здесь AMNB – искомая стационарная анодная

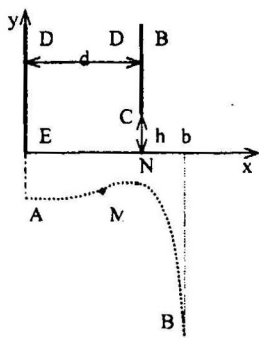


Рис. 1

граница, DE – граница катода инструмента, пластинки, толщиной которой пренебрегаем, BCD – пластинка-экран, расположенная на заданном расстоянии  $d$  от катода. Координаты  $d$  и  $h$  точки C заданы. Анод и пластинка поляризованы положительно. Анодный потенциал на границе AMNBBCD считается одинаковым. Требуется определить анодную границу при стационарном режиме ЭХО.

Результат получается как решение следующей обратной смешанной краевой задачи для комплексного потенциала  $W(z) = \varphi + i\psi$  плоскопараллельного электростатического поля при выполнении условий:

$\varphi_{AE} = 0$  (условие симметрии или условие на линии электрического тока),

$\psi_{AMNBBCD} = 0$  (условие эквипотенциальности на границе анодно поляризованных поверхностей),

$\psi_{DE} = 1$  (условие эквипотенциальности на границе катода-инструмента),

$dW/dz = \cos \theta$  (условие стационарности обработки).  $\theta$  – угол наклона касательной к оси  $x$  на анодной границе AMNB.

Решение этой задачи осуществляется методом годографа. Характер анодной границы задается априори. В результате анализа решения задачи ниже показывается, что эта граница может иметь как монотонный, так и немонотонный характер.

Область годографа  $\bar{V} = dW/dz = V_x - iV_y$  в случае немонотонного вида границы в соответствии с граничными условиями имеет вид рис. 2.

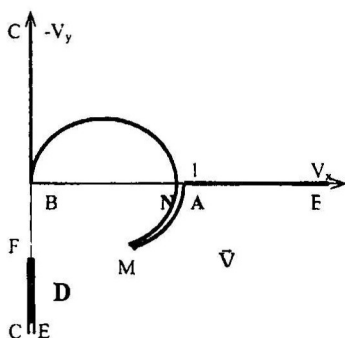


Рис. 2

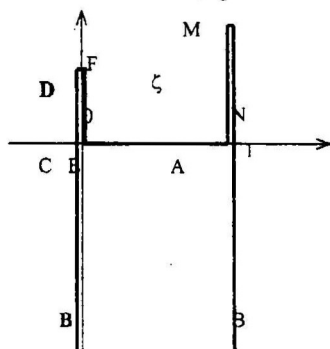


Рис. 3

Преобразование инверсии  $\zeta = 1/\bar{V}$  переводит эту область в пятиугольник (рис. 3) с углами при соответствующих вершинах, равными  $\alpha_A = \frac{\pi}{2}, \alpha_M = 2\pi, \alpha_B = -2\pi, \alpha_F = 2\pi, \alpha_E = \pi/2$ . Для решения вводится

вспомогательное комплексное переменное  $t$  с областью изменения в верхней полуплоскости (рис. 4). Нормировка точек указана. При этой нормировке величины  $\gamma, \delta, f$  и  $\mu$  являются математическими параметрами задачи.

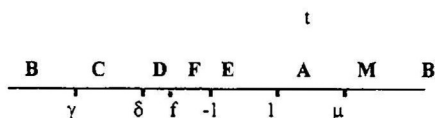


Рис. 4

Конформное отображение области изменения  $t$  на область изменения  $\zeta$  осуществляется с

помощью интеграла Кристоффеля-Шварца

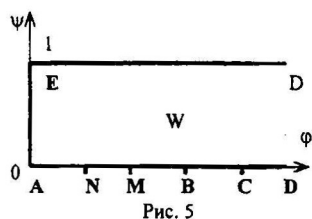
$$\zeta = C \int_{-1}^t \frac{(s-f)(s-\mu)}{\sqrt{(s+1)(s-1)}} ds,$$

где множитель  $C$  определяется из условия  $\zeta_A = 1$  и имеет вид

$$C = \frac{2i}{\pi(1+2f\mu)}.$$

Область изменения комплексного потенциала  $W$ , согласно граничным условиям и правилу обхода границы, является полуполосой (рис. 5). В дальнейшем будем считать, что абсцисса точки  $B$  анодной границы задана

$x_B=b$ . Условие стационарности на анодной границе может быть представлено также в виде  $\varphi = x$ . Это позволяет определить положение точки В



плоскости W. Производная функции, осуществляющей конформное отображение областей изменения  $t$  и  $W$ , выражается равенством

$$\frac{dW}{dt} = C_1 \frac{1}{\sqrt{t^2 - 1}(t - \gamma)},$$

где при заданной ширине полуполосы имеем  $C_1 = \sqrt{\delta^2 - 1}/\pi$ .

Используя соотношение связи дифференциалов  $dz = \zeta \frac{dW}{dt} dt$ , получаем выражения для расчета геометрических размеров межэлектродного зазора и координат точек анодной границы.

Ордината точки А определяется равенством

$$y_A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} g(u) du, \quad (1)$$

где

$$g(u) = -\frac{\sqrt{\delta^2 - 1}}{\pi^2} \left( u + \frac{\pi}{2} - \cos u \frac{\sin u - 2(f + \mu)}{1 + 2f\mu} \right) / (\sin u - \delta).$$

Заданное расстояние  $d$  позволяет установить связь

$$d = \frac{1}{\pi} \left( \frac{-\delta + 2f + 2\mu}{1 + 2f\mu} \sqrt{\delta^2 - 1} + \ln(-\delta + \sqrt{\delta^2 - 1}) \right). \quad (2)$$

Параметрические уравнения анодной границы имеют вид

$$x = -\frac{\sqrt{\delta^2 - 1}}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\arcsin \frac{1}{t}} \frac{du}{1 - \delta \sin u}, \quad (3)$$

$$y = y_A + \frac{2\sqrt{\delta^2 - 1}}{\pi^2(1 + 2f\mu)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\arcsin \frac{1}{t}} \int_{\frac{\pi}{2}}^u \frac{(1 - f \sin s)(1 - \mu \sin s) ds}{(\sin s)^3} \frac{du}{1 - \delta \sin u}, \quad t \geq 1, \quad (4)$$

где  $y_A$  определяется выражением (1).

При заданной величине  $b$  (линия  $x=b$  является асимптотой анодной границы) из (3) устанавливается следующее выражение для нахождения параметра  $\delta$

$$\delta = -ch\pi b. \quad (5)$$

Для заданной абсциссы  $x$  на анодной границе имеет место следующее полезное равенство

$$t = \frac{1 + \delta ch\pi x}{\delta + ch\pi x},$$

которое позволяет рассчитать в соответствии с выражением (4) ординаты  $y$  по значениям абсциссы  $x$ .

Из условия  $\zeta_C = 0$ , равенства

$$\frac{\gamma}{2}\sqrt{\gamma^2 - 1} + \left(\frac{1}{2} + f\mu\right)\ln(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}) - (f + \mu)\sqrt{\gamma^2 - 1} = 0$$

и соотношений (2) и (5) определяются выражения параметров  $\mu$  и  $f$  как функции параметра  $\gamma$  следующими равенствами:

$$\mu = (-d_2 + \sqrt{d_2^2 - 4d_1d_3})/(2d_1), \quad f = (a_1 + a_2\mu)/(a_3 + a_4\mu),$$

где

$$a_1 = \frac{\gamma}{2}\sqrt{\gamma^2 - 1} + \frac{1}{2}\ln(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}), \quad a_2 = -\sqrt{\gamma^2 - 1},$$

$$a_3 = -a_2, \quad a_4 = -\ln(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}), \quad b_1 = \frac{\pi d + \ln(-\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})}{\sqrt{\delta^2 - 1}},$$

$$d_1 = -2a_4 + 2b_1a_2, \quad d_2 = (b_1 + \delta)a_4 + 2b_1a_1, \quad d_3 = (b_1 + \delta)a_3 - 2a_1,$$

которые при заданной величине  $h$  образуют замкнутую систему уравнений для нахождения параметров задачи. Выражение  $h$  имеет вид

$$h = \frac{2\sqrt{\delta^2 - 1}}{\pi^2(1 + 2f\mu)} \left( \frac{1 + \gamma}{2} + \frac{1 + 2f\mu}{2} \left( \int_{-1}^{\delta + \varepsilon} + \int_{\delta - \varepsilon}^{\gamma} \right) f_1(t, \delta) dt + f_2(\delta, f, \mu) \ln \frac{\delta - \gamma}{-1 - \delta} \right),$$

где

$$f_1(t, \delta) = \left( \frac{\ln(-t - \sqrt{t^2 - 1})}{\sqrt{t^2 - 1}} - \frac{\ln(-\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})}{\sqrt{\delta^2 - 1}} \right) / (t - \delta),$$

$$f_2(\delta, f, \mu) = \frac{\delta}{2} + \left( \frac{1 + 2f\mu}{2} \right) \frac{\ln(-\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})}{\sqrt{\delta^2 - 1}} - f - \mu.$$

Здесь  $\varepsilon$ -заданная малая величина.

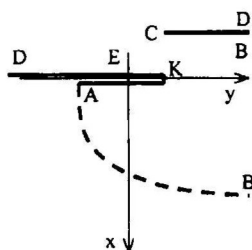


Рис. 6

При некоторых значениях геометрических параметров задачи имеет место вариант схемы электрохимического фрезерования (рис. 6). Здесь АВ – искомая анодная граница. Положение точки К кромки катода-инструмента определяется выражением

$$y_K = \int_{-\pi/2}^{\arcsin k} g(u) du,$$

где значение  $k$  находится из решения следующего нелинейного уравнения

$$\left(\frac{1}{2} + f\mu\right)\left(\arcsin k + \frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{k}{2} - f - \mu\right)\sqrt{1 - k^2} = 0.$$

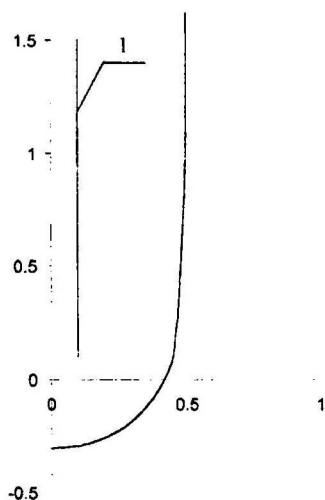


Рис. 7. Расчет МЭЗ при электрохимической прошивке:  
 $d=0.1$ ;  $b=0.5$ ;  $h=0.1$ ;  $\gamma=-20.1$ ;  
 $\delta=-2.509$ ;  $f=-2.092$ ;  $\mu=-13.09$   
 $y_A=-0.308$ ; 1 – экран

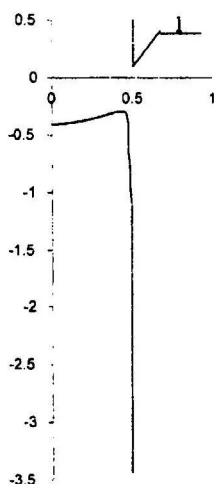


Рис. 8. Расчет МЭЗ при электрохимической заточке:  
 $d=0.5$ ;  $b=0.5$ ;  $h=0.1$ ;  $\gamma=-6.683$ ;  
 $\delta=-2.509$ ;  $f=-2.987$ ;  $\mu=3.237$ ;  
 $y_A=-0.408$ ; 1 – экран

На рис. 7–9 представлены результаты расчетов. Положение анода-экрана

определяется особенностями конкретного технологического процесса ЭХО.

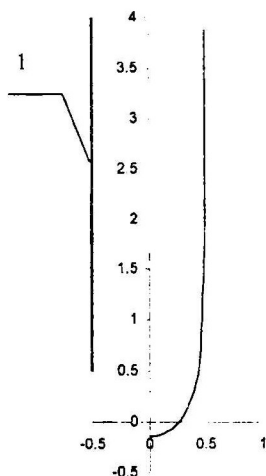


Рис. 9. Расчет МЭЗ при электрохимическом фрезеровании:  $d=-0.5$ ;  $b=0.5$ ;  $h=0.5$ ;  $\gamma=-33.73$ ;  $\delta=-2.509$ ;  $f=0.31$ ;  $\mu=0.601$ ,  $y_A=-0.144$ , 1 – экран

#### ЛИТЕРАТУРА

1. McGeough J.A. *Principles of electrochemical machining*. – Chapman and Hall, London, 1974.
2. Давыдов А.Д., Козак Е. *Высокоскоростное электрохимическое формообразование*. – М.: Наука, 1990.
3. Каримов А.Х., Клоков В.В., Филатов Е.И. *Методы расчета электрохимического формообразования*. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990.